



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

# Диверсификация рисков и проблемы формирования оптимального портфеля

Гусева М.Е.,  
m9503499995@gmail.com

Бакунина И.А.,  
rinbak@yandex.ru

# Цели данной работы:

- Демонстрация математических алгоритмов формирования портфеля ценных бумаг.
- Расчёт уровня риска портфеля и эффективности управления им.
- Прогнозирование волатильности портфеля с помощью различных GARCH моделей.



# Список «голубых фишек» России.

Таблица 1

№	Биржевой код акции	Наименование компании	Отрасль
1	GAZP	ОАО "Газпром", ао	Нефтегазовая
2	SBER	ОАО "Сбербанк России", ао	Финансовая
3	LKOH	ОАО "ЛУКОЙЛ", ао	Нефтегазовая
4	MGNT	ОАО "Магнит", ао	Потребительский сектор
5	SNGS	ОАО "Сургутнефтегаз", ао	Нефтегазовая
6	NVTK	ОАО "НОВАТЭК", ао	Нефтегазовая
7	ROSN	ОАО "НК "Роснефть", ао	Нефтегазовая
8	GMKN	ОАО "ГМК "Норильский никель", ао	Металлургия
9	MTSS	ОАО "МТС", ао	Телекоммуникации
10	VTBR	ОАО Банк ВТБ, ао	Финансовая
11	TATN	ОАО "Татнефть" им. В.Д. Шашина, ао	Нефтегазовая
12	AFKS	ОАО АФК "Система", ао	Финансовая
13	TRNFP	ОАО "АК "Транснефть", ап	Нефтегазовая
14	URKA	ОАО "Уралкалий", ао	Химия и Нефтехимия
15	RTKM	ОАО «Ростелеком», оа	Телекоммуникации

Данные охватывали период с 1 января 2008 года по 1 апреля 2015 года.



# Описательные статистики логарифмических доходностей акций.

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Таблица 2

	AFKS	GAZP	GMKN	LKOH	MGNT	MTSS	NVTK	ROSN
Среднее	-0.001	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000
Медиана	0.000	0.000	0.001	0.000	0.001	0.000	0.001	0.000
Максимум	0.724	0.346	0.339	0.273	0.137	0.234	0.212	0.376
Минимум	-0.461	-0.224	-0.359	-0.221	-0.235	-0.195	-0.171	-0.274
Ст. отклон.	0.042	0.028	0.031	0.027	0.025	0.026	0.029	0.029
Ассиметрия	1.207	1.113	-0.439	0.551	-0.396	-0.523	-0.004	1.395
Эксцесс	73.332	31.512	26.349	24.382	11.451	18.946	11.919	37.681
	RTKM	SBER	SNGS	TATN	TRNFP	URKA	VTBR	
Среднее	-0.001	0.000	0.000	0.000	0.001	0.000	-0.000	
Медиана	-0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
Максимум	0.224	0.424	0.349	0.393	0.288	0.305	0.295	
Минимум	-0.178	-0.367	-0.224	-0.368	-0.275	-0.428	-0.346	
Ст. отклон.	0.026	0.035	0.029	0.032	0.032	0.039	0.031	
Ассиметрия	0.723	0.910	1.499	0.388	0.156	-0.746	-0.514	
Эксцесс	15.422	36.457	29.207	30.501	15.878	23.723	24.821	

# Значения коэффициентов корреляции цен «голубых фишек» в России за период с 01.01.2008 по 01.04.2015.

Таблица 3

	AFKS	GAZP	GMKN	LKOH	MGNT	MTSS	NVTK	ROSN	RTKM	SBER	SNGS	TATN	TRNFP	URKA	VTBR
AFKS	1,00	0,19	0,72	0,21	-0,66	0,22	-0,09	0,00	0,33	-0,09	0,27	0,02	0,01	-0,14	0,70
GAZP	0,19	1,00	0,53	0,84	0,21	0,65	0,65	0,83	0,09	-0,09	0,53	0,78	0,39	0,78	0,50
GMKN	0,72	0,53	1,00	0,56	-0,29	0,40	0,21	0,41	0,31	-0,16	0,41	0,38	0,22	0,34	0,79
LKOH	0,21	0,84	0,56	1,00	0,29	0,77	0,43	0,86	0,00	-0,34	0,72	0,88	0,63	0,66	0,62
MGNT	-0,66	0,21	-0,29	0,29	1,00	0,38	0,40	0,38	-0,20	0,07	0,12	0,39	0,41	0,40	-0,15
MTSS	0,22	0,65	0,40	0,77	0,38	1,00	0,32	0,72	-0,12	-0,34	0,61	0,76	0,55	0,50	0,57
NVTK	-0,09	0,65	0,21	0,43	0,40	0,32	1,00	0,49	0,21	0,59	0,11	0,40	0,27	0,60	0,14
ROSN	0,00	0,83	0,41	0,86	0,38	0,72	0,49	1,00	-0,06	-0,42	0,59	0,86	0,55	0,73	0,42
RTKM	0,33	0,09	0,31	0,00	-0,20	-0,12	0,21	-0,06	1,00	0,28	0,08	-0,11	-0,14	-0,06	0,15
SBER	-0,09	-0,09	-0,16	-0,34	0,07	-0,34	0,59	-0,42	0,28	1,00	-0,43	-0,38	-0,22	-0,04	-0,25
SNGS	0,27	0,53	0,41	0,72	0,12	0,61	0,11	0,59	0,08	-0,43	1,00	0,69	0,54	0,24	0,53
TATN	0,02	0,78	0,38	0,88	0,39	0,76	0,40	0,86	-0,11	-0,38	0,69	1,00	0,59	0,63	0,41
TRNFP	0,01	0,39	0,22	0,63	0,41	0,55	0,27	0,55	-0,14	-0,22	0,54	0,59	1,00	0,19	0,47
URKA	-0,14	0,78	0,34	0,66	0,40	0,50	0,60	0,73	-0,06	-0,04	0,24	0,63	0,19	1,00	0,25
VTBR	0,70	0,50	0,79	0,62	-0,15	0,57	0,14	0,42	0,15	-0,25	0,53	0,41	0,47	0,25	1,00

# Значения коэффициентов корреляции доходностей «голубых фишек» в России в период с 01.01.2008 по 01.04.2015

Таблица 4

	AFKS	GAZP	GMKN	LKOH	MGNT	MTSS	NVTK	ROSN	RTKM	SBER	SNGS	TATN	TRNFP	URKA	VTBR
AFKS	1,00	0,53	0,44	0,47	0,36	0,63	0,44	0,48	0,32	0,54	0,41	0,49	0,38	0,37	0,43
GAZP	0,53	1,00	0,66	0,82	0,41	0,70	0,71	0,84	0,40	0,78	0,72	0,73	0,58	0,59	0,74
GMKN	0,44	0,66	1,00	0,64	0,35	0,56	0,53	0,66	0,36	0,61	0,58	0,60	0,55	0,46	0,60
LKOH	0,47	0,82	0,64	1,00	0,37	0,66	0,66	0,81	0,35	0,70	0,72	0,72	0,57	0,58	0,68
MGNT	0,36	0,41	0,35	0,37	1,00	0,44	0,40	0,38	0,29	0,42	0,30	0,42	0,36	0,31	0,37
MTSS	0,63	0,70	0,56	0,66	0,44	1,00	0,58	0,65	0,39	0,69	0,61	0,63	0,50	0,51	0,61
NVTK	0,44	0,71	0,53	0,66	0,40	0,58	1,00	0,67	0,35	0,65	0,58	0,60	0,48	0,51	0,62
ROSN	0,48	0,84	0,66	0,81	0,38	0,65	0,67	1,00	0,38	0,74	0,74	0,70	0,58	0,59	0,73
RTKM	0,32	0,40	0,36	0,35	0,29	0,39	0,35	0,38	1,00	0,39	0,36	0,36	0,34	0,30	0,38
SBER	0,54	0,78	0,61	0,70	0,42	0,69	0,65	0,74	0,39	1,00	0,62	0,63	0,55	0,50	0,76
SNGS	0,41	0,72	0,58	0,72	0,30	0,61	0,58	0,74	0,36	0,62	1,00	0,63	0,53	0,53	0,66
TATN	0,49	0,73	0,60	0,72	0,42	0,63	0,60	0,70	0,36	0,63	0,63	1,00	0,53	0,51	0,61
TRNFP	0,38	0,58	0,55	0,57	0,36	0,50	0,48	0,58	0,34	0,55	0,53	0,53	1,00	0,45	0,58
URKA	0,37	0,59	0,46	0,58	0,31	0,51	0,51	0,59	0,30	0,50	0,53	0,51	0,45	1,00	0,52
VTBR	0,43	0,74	0,60	0,68	0,37	0,61	0,62	0,73	0,38	0,76	0,66	0,61	0,58	0,52	1,00

**Таблица 5**

**Результаты коинтеграционного анализа.**

Связь между индексами	Количество коинтеграционных стационарных векторов	
	Статистика следа	Статистика максимального собственного значения
MGNT-TRNFP	1	1
TATN-TRNFP	1	1

**В результате коинтеграционного анализа было найдено две пары акций, в каждой из которых есть по одному коинтеграционному стационарному вектору.**



# Значения портфелей ценных бумаг с минимальным риском, построенных с помощью теории Марковица

Таблица 6

№	Состав портфеля	Доходность	Дисперсия	САРМ(В)
1	AFKS, GMKN, MGNT, MTSS, NVTK, ROSN, RTKM, SBER, SNGS, TATN, URKA, VTBR Исключили: GAZP, LOKH, TRNFP	0,07%	0,00036697	0,64557211
2	AFKS, GMKN, LKOH, MGNT, MTSS, NVTK, RTKM, SBER, SNGS, TRNFP, URKA, VTBR Исключили: GAZP ROSN TATN	0,02%	0,0003631	0,656336
3	AFKS, GMKN, MGNT, MTSS, NVTK, ROSN, RTKM, SBER, SNGS, TRNFP, URKA, VTBR Исключили: GAZP LKOH TATN	0,04%	0,00036697	0,64573062
4	AFKS, GAZP, GMKN, MGNT, MTSS, NVTK, RTKM, SBER, SNGS, TRNFP, VTBR, URKA Исключили: LKOH, ROSN, TATN	0,02%	0,00036697	0,645724
5	GAZP, LKOH, MGNT, MTSS, NVTK, ROSN, RTKM, SBER, SNGS, TATN, TRNFP, URKA Исключили: AFKS, GMKN, VTBR	0,03%	0,00036318	0,654858
6	AFKS, GMKN, MGNT, NVTK, ROSN, RTKM, SBER, SNGS, TATN, TRNFP, URKA, VTBR Исключили: GAZP LOKH MTS	0,06%	0,00037198	0,64010497
7	GMKN, LKOH, MGNT, MTSS, NVTK, RTKM, SBER, SNGS, TATN, TRNFP, URKA, VTBR Исключили: AFKS GAZP ROST	0,02%	0,0003631	0,65630167
8	GAZP, GMKN, LKOH, MGNT, MTSS, NVTK, ROSN, RTKM, SBER, SNGS, TRNFP, VTBR Исключили: TATN URKA AFKS	0,05%	0,0003631	0,65626913
9	AFKS, GAZP, GMKN, MGNT, NVTK, RTKM, SBER, SNGS, TATN, TRNFP, URKA, VTBR Исключили: MTSS LOKH ROSN	0,03%	0,00037198	0,64010552
10	AFKS, LKOH, MGNT, NVTK, ROSN, RTKM, SBER, SNGS, TRNFP, TATN, URKA, VTBR Исключили: GAZP GMKN MTSS	0,05%	0,00036632	0,6520368



# Параметрический VaR

Значение абсолютного VAR портфеля

$$10\,000\,000 * 0.019 * 1.65 = 313\,500 \text{ руб.}$$

Относительный VaR равен:

$$313\,500 + 7\,000 = 320\,500 \text{ руб.}$$

При  $t_{кр} = 1.65$  на 95% уровне значимости согласно таблице Лапласа.

# Расчет VaR методом Монте-Карло

## Генерация псевдослучайных чисел

Линейный конгруэнтный метод разработан Леммером

$$x_{i+1} = \frac{((ax_i) \bmod m)}{m}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Prelim	Rand()	Norminv	Return					
2	230								
3	3865610	0,0018	-2,91123	-0,05577					Столбец A=ОСТАТ((7^5)*230;2^31-1)
4	544797860	0,253691	-0,66292	-0,0127					Столбец B=A3/2^31-1
5	1694845859	0,789224	0,803732	0,0154					Столбец C=НОРМСТОБР(B3)
6	1051258405	0,48953	-0,02625	-0,0005					Столбец D=0,074*0,004+),00196*C3
7	1152048966	0,536465	0,091531	0,001756					
8	774410210	0,360613	-0,35682	-0,00683					
9	1761498650	0,820262	0,916363	0,017557					

# Расчет VaR методом Монте-Карло

Таблица 7

Расчет VaR на 5% уровне значимости.

Уровень значимости	0,95
Граница 5% наблюдений	88
5% VaR	-3,22796583%
Стоимость портфеля	10 000 000
Значение 5% VaR	322 796,583

Допустим, что сумма портфеля составляет 10 миллионов рублей. Тогда по результатам расчетов VaR будет равен 322 796,583 руб.

**Разница между значением VaR, полученным параметрическим и непараметрическим способом, составляет :**  
**322 796,583 - 314 461=8 335,6 руб.**

- GARCH-модель (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity model) является обобщенной авторегрессионной моделью условной гетероскедастичности, которая предполагает, что на текущую волатильность влияют как волатильность за предыдущий период времени, так и инновации за предыдущий период времени

Таблица 8

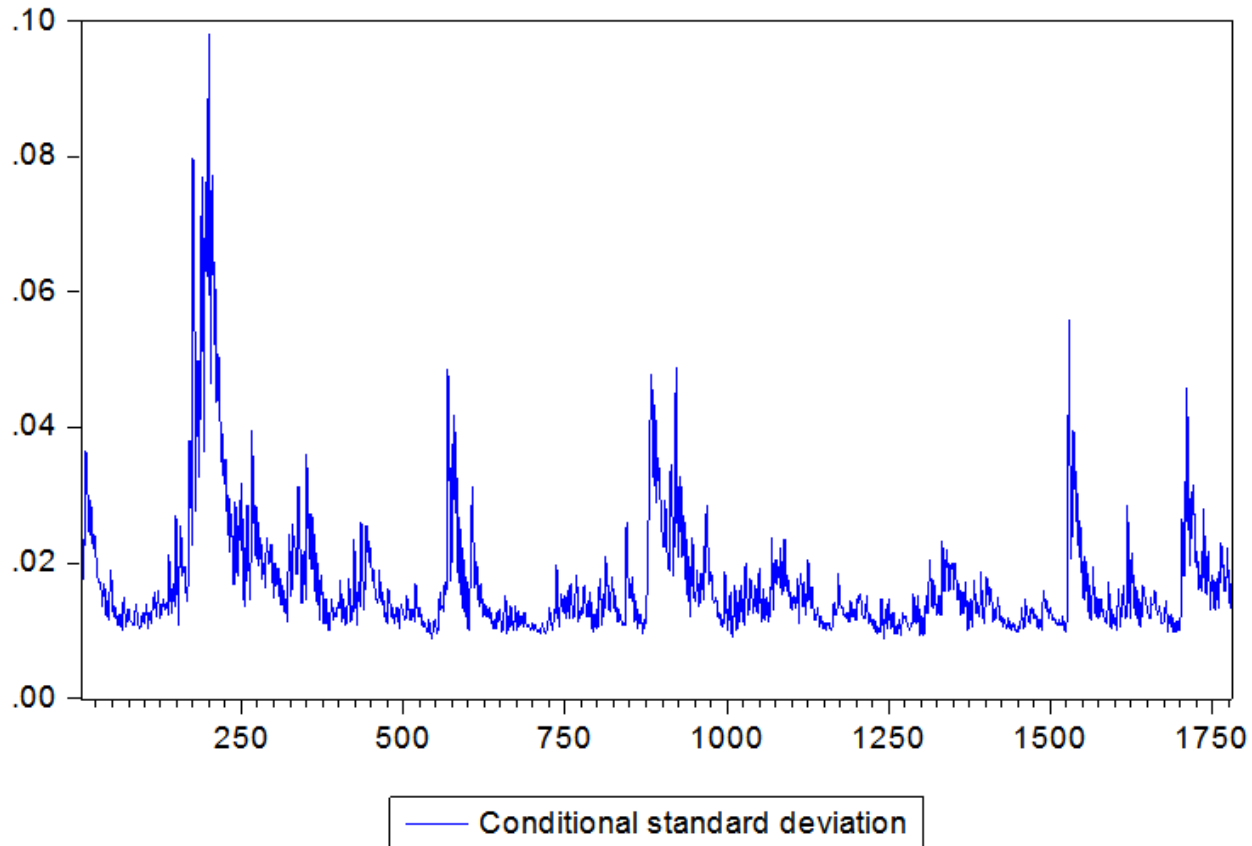
## Значение информационных критериев для семейства моделей GARCH

Garch	AIC	BIC	HQ	EGarch	AIC	BIC	HQ	TGarch	AIC	BIC	HQ
Garch(3,3)	-5,272	-5,228	-5,256	EGarch(4,3)	-5,288	-5,234	-5,267	TGarch(4,3)	-5,291	-5,237	-5,271

В случае предположения о нормальном распределении доходностей.



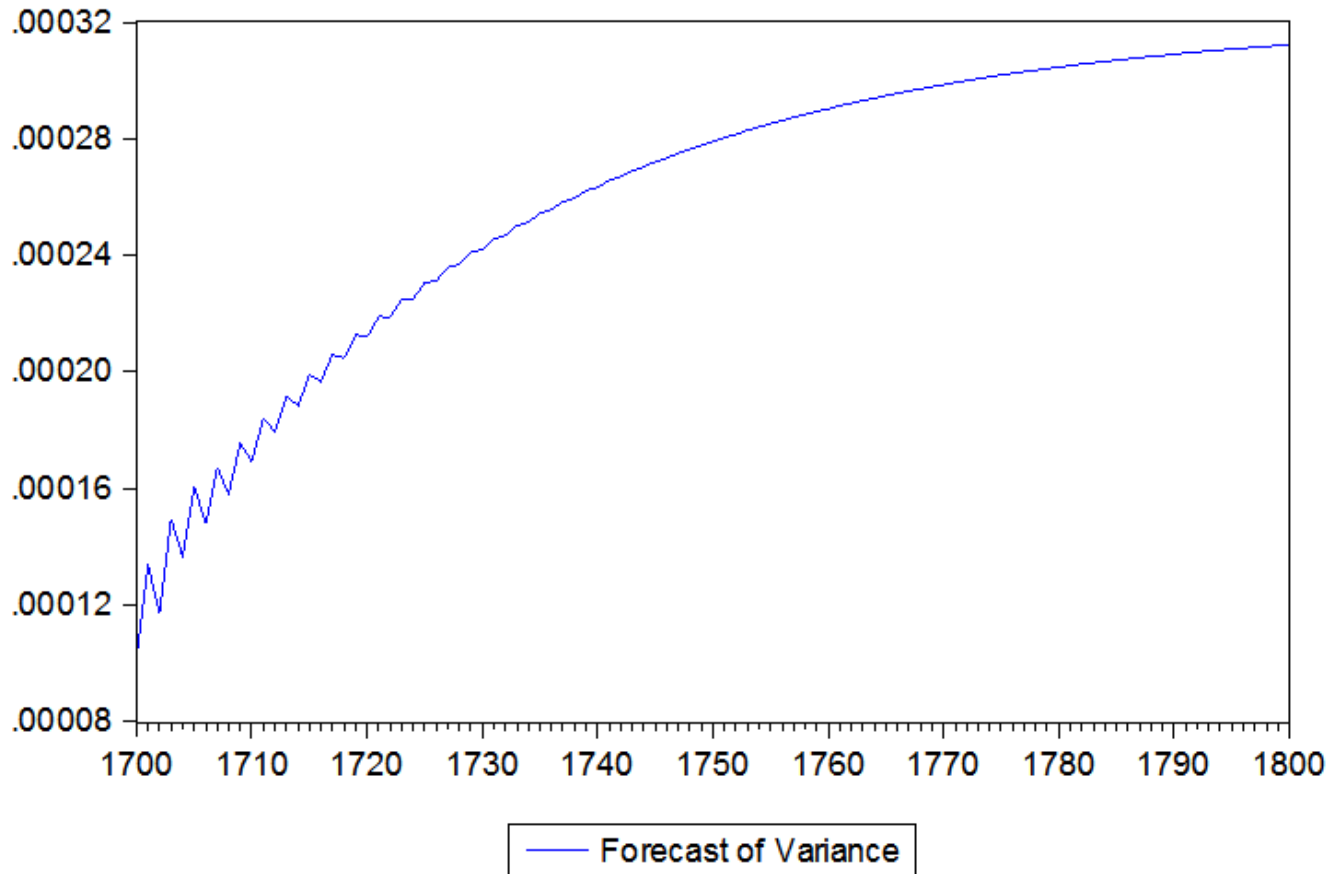
# Модели оценивания изменяющейся волатильности (GARCH)



**Рис. 1. Оценка волатильности портфеля в модели  
AR(1)-TGARCH(4,3).**



# Модели оценивания изменяющейся волатильности (GARCH)



**Рис. 2. Прогноз волатильности портфеля в модели AR(1)-TGARCH (4,3).**

Таблица 9

## Значение информационных критериев для семейства моделей GARCH-t

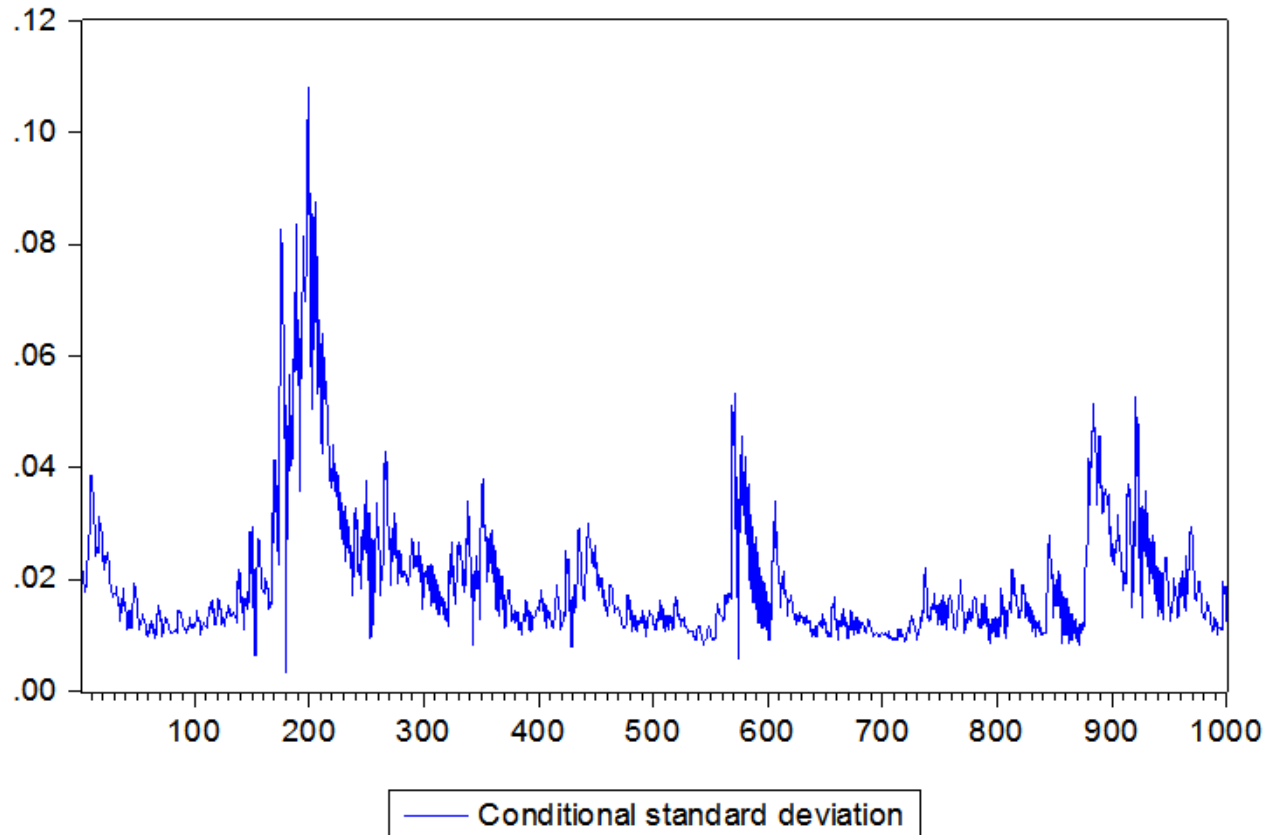
Garch-t	AIC	BIC	HQ	EGarch-t	AIC	BIC	HQ	TGarch-t	AIC	BIC	HQ
Garch(3,3)-t	-5.347	5.298	-5.328	EGarch(4,3)-t	-5.356	-5.297	-5.334	TGarch(4,3)	-5.373	-5.314	-5.351

В случае предположения о распределении Стьюдента



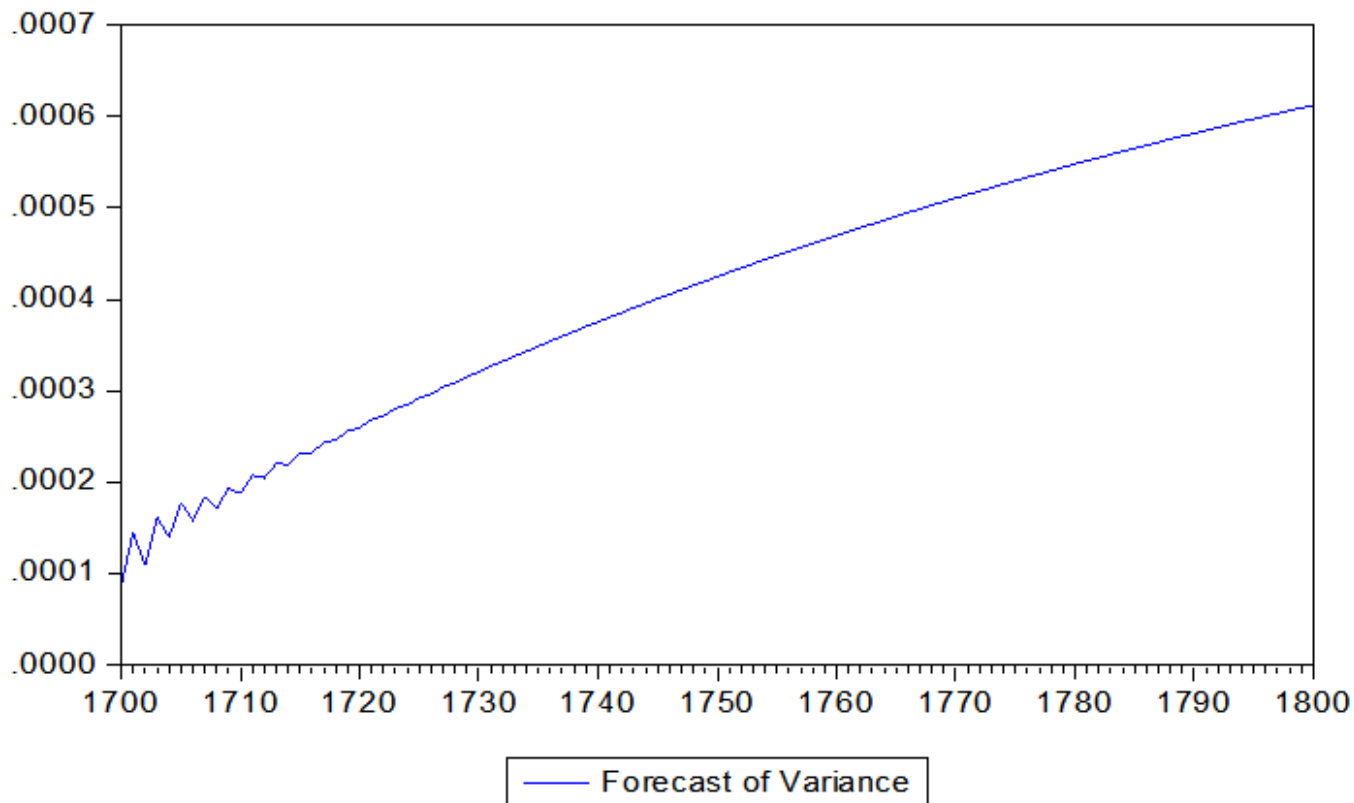


# Модели оценивания изменяющейся волатильности (GARCH)



**Рис. 3. Оценка волатильности портфеля в модели  
AR(1)–TGARCH(4,3)-t.**

# Модели оценивания изменяющейся волатильности (GARCH)



**Рис. 4. Прогноз волатильности портфеля в модели  
AR(1)-TGARCH (4,3)-t.**

# Основные выводы

- 1) Высокая корреляционная связь выявлена между большинством ведущих компаний
- 2) Коинтеграционный анализ выявил две пары зависимых акций
- 3) Портфель, построенный с помощью теории Марковица, имеет доходность 0,07% и дисперсию 0,00037
- 4) Согласно модели CAPM коэффициент бета составляет 0,64
- 5) Разница между значением VaR, полученным параметрическим и непараметрическим способом (Монте-Карло), составляет 8 335,6 руб.
- 6) Построены эконометрические модели дневной доходности индексов акций для классов моделей GARCH, TARЧН и EGARCH для нормального распределения и распределения Стьюдента.
- 7) Оптимальная модель для обоих распределений AR(1)-GARCH (4,3)



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ



Спасибо  
за внимание!



Garch	AIC	BIC	HQ	EGarch	AIC	BIC	HQ	TGarch	AIC	BIC	HQ
Garch(3,3)	-5,272	-5,228	-5,256	EGarch(4,3)	-5,288	-5,234	-5,267	TGarch(4,3)	-5,291	-5,237	-5,271
Garch(2,4)	-5,261	-5,217	-5,245	EGarch(3,4)	-5,285	-5,231	-5,265	TGarch(3,3)	-5,282	-5,233	-5,264
Garch(5,3)	-5,265	-5,211	-5,244	EGarch(1,1)	-5,248	-5,218	-5,236	TGarch(4,2)	-5,280	-5,231	-5,261
Garch(5,1)	-5,262	-5,213	-5,243	EGarch(4,1)	-5,260	-5,216	-5,244	TGarch(5,2)	-5,283	-5,229	-5,263
Garch(3,5)	-5,263	-5,209	-5,242	EGarch(1,5)	-5,265	-5,216	-5,246	TGarch(2,4)	-5,277	-5,228	-5,258
Garch(4,5)	-5,265	-5,206	-5,242	EGarch(1,2)	-5,250	-5,215	-5,237	TGarch(4,1)	-5,269	-5,225	-5,253
Garch(3,4)	-5,260	-5,211	-5,241	EGarch(2,4)	-5,263	-5,214	-5,245	TGarch(1,1)	-5,254	-5,225	-5,243
Garch(4,4)	-5,262	-5,208	-5,241	EGarch(2,2)	-5,253	-5,214	-5,238	TGarch(5,1)	-5,273	-5,224	-5,254
Garch(2,5)	-5,260	-5,211	-5,241	EGarch(4,2)	-5,263	-5,214	-5,244	TGarch(2,1)	-5,258	-5,223	-5,245
Garch(4,1)	-5,254	-5,215	-5,239	EGarch(2,1)	-5,248	-5,213	-5,234	TGarch(3,4)	-5,276	-5,222	-5,256
Garch(5,4)	-5,261	-5,202	-5,238	EGarch(3,1)	-5,251	-5,212	-5,236	TGarch(2,5)	-5,276	-5,222	-5,255
Garch(5,5)	-5,262	-5,198	-5,237	EGarch(1,3)	-5,250	-5,211	-5,235	TGarch(5,3)	-5,280	-5,221	-5,258
Garch(1,5)	-5,252	-5,208	-5,235	EGarch(3,5)	-5,270	-5,211	-5,248	TGarch(1,2)	-5,255	-5,221	-5,242
Garch(2,2)	-5,248	-5,213	-5,234	EGarch(3,2)	-5,255	-5,211	-5,238	TGarch(1,3)	-5,257	-5,217	-5,242
Garch(4,3)	-5,253	-5,204	-5,234	EGarch(5,1)	-5,259	-5,210	-5,240	TGarch(3,1)	-5,256	-5,217	-5,241
Garch(1,1)	-5,243	-5,218	-5,233	EGarch(1,4)	-5,254	-5,210	-5,237	TGarch(4,4)	-5,276	-5,217	-5,254
Garch(1,4)	-5,248	-5,208	-5,233	EGarch(2,5)	-5,264	-5,210	-5,243	TGarch(3,2)	-5,261	-5,217	-5,244
Garch(3,1)	-5,246	-5,211	-5,233	EGarch(5,3)	-5,265	-5,206	-5,243	TGarch(1,5)	-5,265	-5,216	-5,247
Garch(2,3)	-5,245	-5,206	-5,231	EGarch(3,3)	-5,253	-5,204	-5,235	TGarch(2,2)	-5,256	-5,216	-5,241
Garch(1,2)	-5,241	-5,212	-5,230	EGarch(4,4)	-5,260	-5,201	-5,237	TGarch(3,5)	-5,275	-5,216	-5,252
Garch(2,1)	-5,241	-5,211	-5,230	EGarch(2,3)	-5,243	-5,199	-5,226	TGarch(1,4)	-5,258	-5,214	-5,241
Garch(3,1)	-5,243	-5,204	-5,228	EGarch(5,2)	-5,251	-5,197	-5,231	TGarch(5,4)	-5,276	-5,212	-5,252
Garch(1,3)	-5,240	-5,206	-5,227	EGarch(5,4)	-5,257	-5,194	-5,233	TGarch(2,3)	-5,255	-5,211	-5,239
Garch(4,2)	-5,241	-5,197	-5,224	EGarch(5,5)	-5,258	-5,190	-5,232	TGarch(4,5)	-5,273	-5,209	-5,249
Garch(5,2)	-5,241	-5,192	-5,223	EGarch(4,5)	-5,250	-5,187	-5,226	TGarch(5,5)	-5,277	-5,208	-5,251
Garch(0,5)	-5,213	-5,174	-5,198	EGarch(0,5)	-5,143	-5,099	-5,126	TGarch(0,5)	-5,212	-5,168	-5,195
Garch(0,4)	-5,189	-5,154	-5,176	EGarch(0,3)	-5,107	-5,073	-5,094	TGarch(0,4)	-5,192	-5,153	-5,177
Garch(0,3)	-5,184	-5,154	-5,172	EGarch(0,4)	-5,106	-5,066	-5,091	TGarch(0,3)	-5,186	-5,152	-5,173
Garch(0,2)	-5,129	-5,105	-5,120	EGarch(0,2)	-5,046	-5,017	-5,035	TGarch(0,2)	-5,133	-5,104	-5,122
Garch(0,1)	-5,017	-4,997	-5,009	EGarch(0,1)	-5,017	-4,992	-5,008	TGarch(0,1)	-5,017	-4,992	-5,008